بسمه تعالی

دانشگاه مازندران

انجمن آمار ایران — IRANIAN STATISTICAL SOCIETY 1990

هشتمین مسابقه دانشجویی آمار کشور **امتحان بخش نظری**

۱۳شهریور ۱۳۸۶

کد برگه

ریاضی عمومی

۱-۱- فرض کنید دنباله $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ به صورت زیر داده شده باشد: (۹ نمره)

$$a_n = 2^n\left(\frac{1}{4}+\frac{3(-1)^n}{4}+\frac{n}{2}\right)$$

اگر $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ همگرا باشد، اعداد ثابت A ، B و C را به گونه‌ای پیدا کنید که

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = \frac{A}{1-2x}+\frac{B}{(1-2x)^2}+\frac{C}{1+2x}$$

احتمال

۲-۱- فرض کنید $X \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$ و $Y \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$ دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. نشان دهید که $P(X<Y)=\frac{1}{2}$ اگر و تنها اگر $\mu_1=\mu_2$. (۹ نمره)

۲-۲- اتوبوسی از مبداء با k مسافر حرکت کرده و می‌تواند در n ایستگاه به درخواست مسافر توقف نماید. احتمال پیاده شدن مسافر در همه ایستگاه‌ها برابر بوده و مستقل از پیاده شدن سایر مسافرها است. اتوبوس به شرطی توقف می‌کند که حداقل یک مسافر بخواهد پیاده شود. امید ریاضی تعداد توقف‌ها را به‌دست آورید. (۸ نمره)

آمار ریاضی

۳-۱- فرض کنید Z_1 و Z_2 دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع مشترک $N(0,1)$ باشند. در هر یک از موارد زیر در صورت وجود، امید ریاضی خواسته شده را به دست آورید و در صورت عدم وجود، ثابت کنید که امید ریاضی خواسته شده وجود ندارد.

الف- $E\left(\frac{Z_1^2}{Z_1^2+Z_2^2}\right)$ **ب-** $E\left(\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right)$ (۸ نمره)

۳-۲- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع $(i.i.d.)$ از توزیع $Beta(\theta+1,1)$ باشند. در صورت وجود، برآوردگر نااریب با کمترین واریانس یکنواخت $(UMVUE)$ پارامتر $3^{-\theta}$ را به دست آورید. (۹ نمره)

۳-۳- فرض کنید $X_1,X_2,\ldots,X_n$ متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع $(i.i.d.)$ از توزیع یکنواخت روی فاصله $(\theta-\rho,\theta+\rho)$ باشند. آزمون نسبت درستنمایی (LRT) اندازهٔ α برای انجام آزمون فرض $H_0:\rho=\rho_0$ در مقابل $H_1:\rho\neq\rho_0$ را به دست آورید. (۹ نمره)

بسمه تعالی

دانشگاه مازندران

هشتمین مسابقه دانشجویی آمار کشور

۱۳شهریور ۱۳۸۶

امتحان بخش نظری

کد برگه

نمونه گیری

۴-۱- جامعه‌ای متناهی به اندازه N مفروض است. برای برآورد میانگین این جامعه، نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا در نمونه به n_1 واحد متمایز دست یابیم. اگر فراوانی واحد rام نمونه برابر f_r و اندازه‌ی کل نمونه n باشد $\left(\sum_{r=1}^{n_1} f_r = n\right)$ و قرار دهیم:

$$\bar{y}_{n_1} = \frac{1}{n_1}\sum_{r=1}^{n_1} y_r \quad , \quad \bar{y}_n = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n_1} f_r y_r$$

ثابت کنید که

الف- $E(\bar{y}_{n_1}) = E(\bar{y}_n) = \bar{Y}_N$ که $\bar{Y}_N$ میانگین جامعه است. (۲ نمره)

ب- $Var(\bar{y}_n) = \sigma_y^2 E(\frac{1}{n})$ که σ_y^2 واریانس جامعه است. (۲ نمره)

پ- $E(n) = N(\frac{1}{N} + \frac{1}{N-1} + \ldots + \frac{1}{N-n_1+1})$ (۴ نمره)

This document was created with Win2PDF available at http://www.daneprairie.com.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.